b) Les abscisses des points d'intersection de C et l'axe $(o,\vec{i})$ sont les solutions de L'équation $f(x)=0$

Or $f(x)=0 \Leftrightarrow 1+\ln\left[x(2-x)\right]=0$

$\Leftrightarrow \ln\left[x(2-x)\right]=-1$

$\Leftrightarrow x(2-x)=e^{-1}=\frac{1}{e}$

$\Leftrightarrow -x^2+2x-\frac{1}{e}=0$

$\Delta' = 1-\frac{1}{e}=\frac{e-1}{e}>0$. D'où

$$x_0=\frac{-1+\sqrt{1-\frac{1}{e}}}{-1}=1-\sqrt{1-\frac{1}{e}}$$

$$x_1=\frac{-1-\sqrt{1-\frac{1}{e}}}{-1}=1+\sqrt{1-\frac{1}{e}}$$

Donc : $x_0=1-\sqrt{1-\frac{1}{e}}$ et $x_1=1+\sqrt{1-\frac{1}{e}}$

3) $x\in\left]0,2\right[; \varphi(x)=f(x)-x$

a) $\varphi'(x)=f'(x)-1$

$$\varphi'(x)=\frac{2-2x}{x(2-x)}-1=\frac{2-2x-2x+x^2}{x(2-x)}$$

$$=\frac{2x^2-4x+2}{x(2-x)}$$

$\varphi'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-4x+2=0$

$\Leftrightarrow x^2-4x+4-2=0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2-2=0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2=2$

$\Leftrightarrow x-2=\sqrt{2}$ ou $x-2=-\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x=2+\sqrt{2}$ ou $x=2-\sqrt{2}$

Etude de signe : $x^2-4x+2=0$

x	$-\infty$		$2-\sqrt{2}$		$2+\sqrt{2}$		$+\infty$
x^2-4x+2		$+$	0	$-$	0	$+$	

T.variation :

x	0		$2-\sqrt{2}$		2
$\varphi'(x)$		$+$	0	$-$	
$\varphi(x)$	$-\infty$	↗	$0,81$	↘	$-\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\varphi(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)-x=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to 2^-}\varphi(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)-x=-\infty$

$\varphi\left(2-\sqrt{2}\right)=f\left(2-\sqrt{2}\right)-2+\sqrt{2}$

$=1+\ln\left[\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2-\left(2-\sqrt{2}\right)\right)\right]-2+\sqrt{2}$

$=1+\ln\left[\sqrt{2}\left(2-\sqrt{2}\right)\right] \square 0,81$

b)*/ φ est continue et strictement décroissante sur $\left]2-\sqrt{2},2\right[$ et on a :

$\varphi\left(\left]2-\sqrt{2},2\right[\right)=\left]\lim\limits_{2^-}\varphi,\varphi\left(2-\sqrt{2}\right)\right[=\left]-\infty\ ;\ 0,81\right[$

Comme $0\in\left]-\infty;0,81\right[$ alors l'équation $\varphi(x)=0$ possède une unique solution dans $\left]2-\sqrt{2},2\right[$.

On a : $\varphi(1)=f(1)-1=1-1=0$.

Donc 1 est l'unique solution dans $\left]2-\sqrt{2},2\right[$ **(1)**

*/ φ est continue est strictement croissante sur $\left]0,2-\sqrt{2}\right[$

$\varphi\left(\left]0,2-\sqrt{2}\right[\right)=\left]\lim\limits_{x\to 0^+}\varphi(x),\varphi\left(2-\sqrt{2}\right)\right[$

$=\left]-\infty;0,81\right[$

$0\in\left]-\infty;0,81\right[$. $\varphi(x)=0$ Admet une unique solution $\alpha\in\left]0,2-\sqrt{2}\right[$. **(2)**

Conclusion

D'après (1) et **(2)** : l'équation $\varphi(x)=0$ possède deux solutions 1 et $\alpha\in\left]2-\sqrt{2},2\right[$

*/ $\varphi(x_0)=f(x_0)-x_0=0-x_0=-x_0$

$=-1+\sqrt{1-\frac{1}{e}}<0$

Qarray.tn-Aqra Blech-Qarray.tn